Equações diferenciais ordinárias	**Lista 02**
Primeiros exemplos	tarcisio@member.ams.org
T. Praciano-Pereira	**Dep. de Matemática**
alun@:	
Univ. Estadual Vale do Acaraú	27 de outubro de 2008
Documento processado com LaTeX	sis. op. Debian/Gnu/Linux

1 Informações gerais: organização dos trabalhos

Por favor, se você usar o método medieval para entrega desta lista, em papel, prenda esta *folha de rosto* na solução com os seus dados. Ela será usada na correção. Se você quiser entregar o trabalho eletrônicamente, envie-o para o meu e-mail. Por favor, Siga as instruções sobre nomes de arquivos:

`edo_seu_email_02.pdf`

`pdf` é o tipo de formatação que você der ao seu trabalho, que pode ser obtido no `open office` ou o resultado da compilação de um documento `LaTeX`. Entretanto não se esqueça que eu não posso recusar o seu trabalho.

Data da entrega da lista: dia 02 de Novembro, segunda-feira quando será postada a próxima lista.

Se o trabalho for feito em equipe, o número recomendável para membros de uma equipe é três e pode ser entregue um único trabalho por equipe.

2 Os primeiros exemplos

O texto de apoio é o primeiro capítulo do meu livro de equações diferenciais ordinárias que se encontra disponível na página da disciplina. Este livro ainda se encontra numa fase muito rudimentar mas o primeiro capítulo está razoável.

objetivo: Mostrar os primeiros exemplos de equações diferenciais, sem a preocupação com a resolução das mesmas. @ alun@ deve adquirir uma visão de que as equações diferenciais descrevem e representam um instrumento de modelagem para uma grande variedade de situações em que esteja envolvida a dinâmica - variação.

palavras chave: primeiras equações diferenciais, modelagem de fenômenos com enfâse em dinâmica (taxa de variação).

3 Exercícios

Exercícios 1 (Equações do Cálculo) *Primeiros exemplos*

1. *Equações do Cálculo Decida quais são as opçoes corretas*

	equação	*solução*
a) (V)[ ](F)[ ]	$y' = 0$	$y = C$
b) (V)[ ](F)[ ]	$y' = 1$	$y = x$
c) (V)[ ](F)[ ]	$y' = 1$	$y = x + C$
d) (V)[ ](F)[ ]	$y'' = 1$	$y = x^2 + Cx$

2. *Equações do Cálculo Identifique a figura (1), página 3, que melhor sugere a solução da equação.*

equação	*condição/ções inicial/ais*
a) [figura:]	$y' = 1$
b) [figura:]	$y' = x$
c) [figura:]	$y' = -1$
d) [figura:]	$y'' = -1$

3. *Escolha as opções corretas*

	equação	*condição(ções) inicial(ais)*	*solução*
a) (V)[ ](F)[ ]	$y' = 0$	$y(0) = 3$	$y = -3$
b) (V)[ ](F)[ ]	$y' = 1$	$y(0) = -3$	$y = x - 3$
c) (V)[ ](F)[ ]	$y' = 1$	$y(0) = -2$	$y = x$
d) (V)[ ](F)[ ]	$y'' = 1$	$y(0) = -2; y(1) = 5$	$y = x^2 - 2$

4. *Escolha as opções corretas*

	equação	*condição(ções) inicial(ais)*	*solução*
a) (V)[ ](F)[ ]	$y' = 1$	$y(2) = 1$	$y = x - 1$
b) (V)[ ](F)[ ]	$y' = x$	$y(3) = 2$	$y = \frac{x^2}{2} - \frac{5}{2}$
c) (V)[ ](F)[ ]	$y' = x$	$y(-3) = 1$	$y = \frac{x^2}{2} - \frac{7}{2}$
d) (V)[ ](F)[ ]	$y'' = -1$	$y'(-3) = 1; y(-3) = 1$	$y = \frac{x^2}{2} - \frac{7}{2}$

5. *Equações do Cálculo Qual das afirmações abaixo é verdadeira, justifique e dê exemplos.*

   (a) *(V)[ ](F)[ ] Uma equação diferencial ordinária é uma expressão da forma $F(x, y, y') = 0$.*

   (b) *(V)[ ](F)[ ] Uma expressão da forma $F(x, y, y') = 0$ é uma equação diferencial ordinária.*

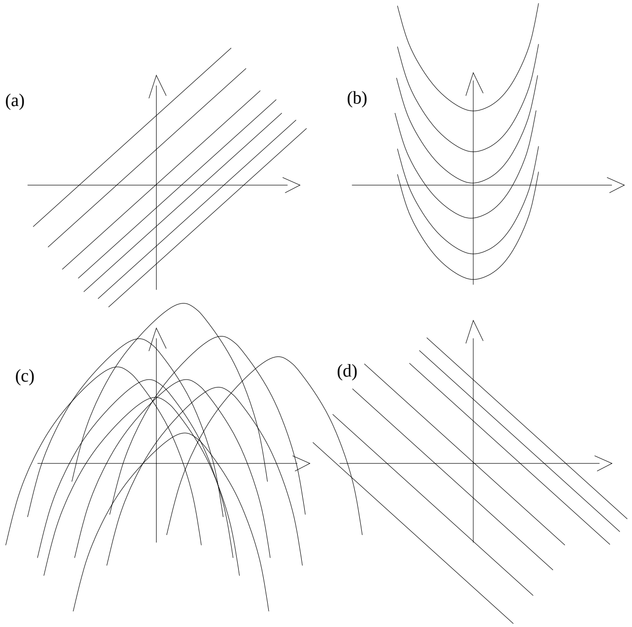

Figura 1: Gráficos das soluções

(c) *(V)[ ](F)[ ] Uma expressão da forma $F(x, y, y', y'') = 0$ é uma equação diferencial ordinária.*

(d) *(V)[ ](F)[ ] Uma equação diferencial ordinária é uma expressão da forma $F(x, y, y', y'') = 0$.*

(e) *(V)[ ](F)[ ] A solução de uma equação diferencial ordinária, se ela tiver solução, é uma curva.*

(f) *(V)[ ](F)[ ] Uma solução de uma equação diferencial ordinária, se ela tiver solução, é uma curva.*

(g) *(V)[ ](F)[ ] As duas condições $y'(-3) = 1; y(-3) = 1$ determinam de forma única uma solução particular da equação diferencial*

$$F(x, y, y'') = 0 \iff y'' + 1 = 0$$

(h) *(V)[ ](F)[ ] A equação diferencial*

$$F(x, y, y'') = 0 \iff y'' + 1 = 0$$

tem por uma solução uma família de curvas com a mesma curvatura.

(i) *(V)[ ](F)[ ] Qualquer família de curvas com a mesma curvatura é solução da equação diferencial ordinária*

$$F(x, y, y'') = 0 \iff y'' + 1 = 0$$

(j) *(V)[ ](F)[ ] Uma equação de segunda ordem precisa de* duas condições iniciais *para ter solução única.*

6. *Identifique as afirmações corretas*

(a) *(V)[ ](F)[ ] Todos os seres vivos, em condições normais de desenvolvimento, possuem uma única curva de crescimento que é precisamente determinada pelo seu comprimento ao nascer.*

(b) *(V)[ ](F)[ ] Um veículo ao subir uma ladeira íngreme, terá sua velocidade, no topo da ladeira, determinada pela velocidade com que iniciar a subida.*

(c) *(V)[ ](F)[ ] O desenvolvimento de uma criança ao atingir a idade adulta, é consequência direta e irreversível, de sua alimentação nos primeiros anos de vida.*

(d) *(V)[ ](F)[ ] A reprovação de um aluno nas séries iniciais compromete, possivelmente de forma irreversível, o seu desenvolvimento ao longo da vida escolar.*

(e) *(V)[ ](F)[ ] A colocação de um satélite em órbita terá ou não sucesso se o foguete que o conduz partir do solo com a velocidade e direção certas.*

(f) *(V)[ ](F)[ ] Uma cultura biológica (bactérias, animais de uma determinada espécie), dependem de alimento para se desenvolver são controlados por predadores. Na ausência de predadores e abundância de alimento, o crescimento é "explosivo" (exponencial). Isto pode caracterizar o que acontecem com as endemias.*

7. *Identifique quais das expressões seguintes é uma equação diferencial ordinária e se a solução proposta está correta.*

	equação	condição	solução
a) (V)[ ](F)[ ]	$y' = y$	$y(0) = 1$	$y = e^x$
b) (V)[ ](F)[ ]	$y' = 3y$	$y'(0) = 1$	$y = \frac{e^{3x}}{3}$
c) (V)[ ](F)[ ]	$\frac{\partial z}{\partial x} = 0$	$z(0,0) = 1$	*não é uma edo*
d) (V)[ ](F)[ ]	$z/x = 4$	$z(0,0) = 1$	*não é uma edo*
e) (V)[ ](F)[ ]	$y'' = -y$	$y'(0) = 1; y(\pi/2) = 10$	$y = 9 + sin(x)$
f) (V)[ ](F)[ ]	$y'' = -y$	$y'(0) = 1; y(\pi) = 10$	$y = 10 + sin(x)$
g) (V)[ ](F)[ ]	$\frac{\partial z}{\partial y} = 0$	$z(0,0) = -1$	*não é uma edo*
h) (V)[ ](F)[ ]	$zy = 0$	$z(0,0) = -1$	*não é uma edo*

8. *Classificação das equações* *Em cada caso, a seguir, encontre uma classificação (a mais ampla possível) para as equações diferenciais.*

a) $3\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 4y = 0$	b) $3\frac{d^2y}{dx^2} = kx$
c) $\frac{dy}{dx} = -1$	d) $\frac{dy}{dx} = 0$
e) $\frac{4}{x}\frac{d^2y}{dx^2} = kx$	f) $3\frac{d^3y}{dx^3} = 0$
g) $\frac{4}{x}\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = kx$	h) $3\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} = 0$

9. *Classificação das equações* *De exemplo de*

   (a) *uma equação diferencial ordinária de primeira ordem com coeficientes variáveis.*

   (b) *uma equação diferencial ordinária de primeira ordem com coeficientes constantes.*

   (c) *uma equação diferencial ordinária de segunda ordem com coeficientes constantes.*

   (d) *uma equação diferencial parcial de primeira ordem com coeficientes variáveis.*

   (e) *uma equação diferencial parcial de segunda ordem com coeficientes variáveis.*

   (f) *uma equação diferencial parcial de segunda ordem com coeficientes constantes.*

   (g) *uma equação da forma* $F(x, y, y'', y''') = 0$ *e a classifique.*

   (h) *uma equação da forma* $F(x, y, z_x, z_y, z_{xy}) = 0$ *e a classifique.*

   (i) *uma equação diferencial parcial de primeira ordem com coeficientes variáveis.*

   (j) *uma equação diferencial parcial de segunda ordem com coeficientes variáveis.*

   (k) *uma equação diferencial parcial de segunda ordem com coeficientes constantes.*

   (l) *uma equação da forma* $F(x, y, y'', y''') = 0$ *e a classifique.*

   (m) *uma equação da forma* $F(x, y, z_x, z_y, z_{xx}, z_{xy}, z_{yy}) = 0$ *e a classifique.*

   (n) *uma equação em que o operador é o Laplaciano.*

   (o) *uma equação em que o operador é gradiente.*

   (p) *uma equação homogênea de primeira ordem.*

   (q) *uma equação homogênea de segunda ordem.*

10. *Variedades lineares*

   (a) *Encontre*[1] *as equações da retas que passam nos pares de pontos:*

a) $(1, 3), (3, 5)$	b) $(-3, 5), (5, 0)$	c)$(2, 0), (7, 0)$	d) $(4, 3), (4, 7)$

   (b) *Encontre*[2] *as equações da retas que passam nos pontos indicados com o coeficiente angular* m *:*

a) $(1, 3), m = -3$	b) $(-3, 5), m = 2$	c)$(2, 0), m = -7$	d) $(4, 3), m = -1$

   (c) *Encontre*[3] *a equação da reta que passa no ponto* $(3, 4)$ *e é perpendicular ao vetor* $(-4, 3)$.

   (d) *Variedade linear tangente*

      i. *Encontre*[4] *a equação da reta tangente ao gráfico de*

$$y = f(x) = x^2 + x - 6$$

      nos pontos
      a) $x = -3$ b) $x = 2$

      ii. *Decida (e justifique) se é verdadeira a frase: "* no item anterior você lidou com a Fórmula de Taylor*".*

   (e) *Encontre*[5] *a equação do plano que passa no ponto* $(1, 2, 3)$ *sendo perpendicular ao vetor* $(1, -2, 4)$.

   (f) *Encontre*[6] *a equação do plano que passa pelos pontos* $A, B.C$ *indicados e calcule um vetor perpendicular ao plano.*

a) $A = (1, 2, -5)$	$B = (-1, 2, -11)$	$C = (3, 5, -11)$
b) $A = (1, 2, 2)$	$B = (-1, 2, -4)$	$C = (3, 5, -13)$
c) $A = (1, 2, -24)$	$B = (-1, 2, -30)$	$C = (3, 5, -39)$
d) $A = (-4, -4, 13)$	$B = (-4, 4, 5)$	$C = (0, 0, 5)$

11. *Variedade linear tangente*

[1] não faça, se você souber fazer ...
[2] não faça, se você souber fazer ...
[3] não faça, se você souber fazer ...
[4] não faça, se você souber fazer ...
[5] não faça, se você souber fazer ...
[6] não faça, se você souber fazer ...

(a) *Encontre*[7] *a equação do plano tangente à superficie de equação*

$$z = f(x, y) = x^2 + 3xy + y^3$$

no ponto P indicado:

a) $P = (1, 2, 15)$	b) $P = (-1, 2, 3)$	c) $P = (3, 5, 179)$
d) $P = (-1, 2, 3)$	e) $P = (-1, -2, -1)$	f) $P = (-3, -5, -71)$

(b) *Decida (e justifique) se é verdadeira a frase: "* no item anterior você lidou com a Fórmula de Taylor*".*

(c) *Em cada caso do item 11a, explicite o vetor vetor normal à superfície, no ponto indicado. Vetor normal é unitário e deve apontar para a direção externa à superfície, para conseguir isto, faça o produto vetorial de dois vetores tangentes unitários, no* sentido do movimento dos ponteiros do relógio *, (use a fórmula do determinante).*

12. *Classifique as equações diferenciais abaixo*

a) $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial y \partial} = 0$	b) $\frac{\partial^3 y}{\partial y \partial x^2} = 4$	c)$y'' + 3y' + 4y = 5$
d) $y' = 7$	e)$xy'' + 3xy' + 5 = 0$	f) $\frac{y''}{x^2+1} + xy' + 2xy = 0$
g)$xy' = 0$	h) $xy'' = 0$	i)$y' = 4x$
j) $y'' + 3y' = 3x$	k)$\frac{x^2 \partial^2 y}{\partial x^2} = 0$	l) $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + x\frac{\partial y}{\partial x} = 0$

13. *Discuta o domínio de validade de cada uma das equações na questão anterior.*

14. *Resolva as equações que você souber resolver no item anterior.*

15. *Verifique que a* equação de Laplace *e a* equação da onda *são equações diferenciais homogêneas.*

16. *Descreva, com suas palavras, qual é a diferença entre as equações* da onda *e* do calor *e quais são as semelhanças entre estas duas equações.*

17. *equações diferenciais do Cálculo*

    (a) *O coeficiente angular de uma curva é constante e vale 5. Qual é a equação desta curva ?*

    (b) *O coeficiente angular de uma curva, em cada ponto x vale $3x$. Qual é a equação desta curva ?*

    (c) $\nabla(f) = (2, 3)$

    (d) $\nabla(f) = (2x, 2y)$

18. *Determine todas as funções f tal que*

a) $f' = 0$	b) $f' = 3$
c) $f' = ax + b$; $a, b \in \mathbf{R}$	d) $f' = (3x, 4x)$

e faça os gráficos das soluções encontradas.

[7] Pare quando não houver mais dúvida ...