Equações diferenciais ordinárias **Lista 10**
Equaçoes com parâmetros discretos tarcisio@member.ams.org
T. Praciano-Pereira **Dep. de Matemática**

alun@:

Univ. Estadual Vale do Acaraú 22 de abril de 2008

Documento escrito com LaTeX - sis. op. Debian/Gnu/Linux

2 Informações

Se você usar o método medieval para entrega desta lista, em papel, prenda esta *folha de rosto* na solução desta lista, deixando-a em branco. Se você quiser entregar o trabalho eletrônicamente, acesse a página da disciplina em

http://www.sobralmatematica.org

e procure o link "entrega de trabalhos". Por favor , siga as instruções sobre nomes de arquivos:`edo_curso_seunome_XX.pdf`, `seunome`, aqui tem uma novidade, use o seu endereço de e-mail. `XX` é `10` para esta lista, e `pdf` é o tipo de formatação que você der ao seu trabalho.

Por exemplo, se eu fosse entregar um trabalho, o nome do arquivo seria

`edo_mat_tarcisio@member.ams.org_10.pdf`

Data da entrega da lista: dia 22 de Abril, terça-feira, o dia seguinte da comemoração da morte do patriota, Tiradentes, que por ser patriota e desejar uma pátria independente, foi enforcado e seu corpo foi dilacerado em público numa demonstração de como se olhava, se olha, e se olhará aqueles que desejem ser independentes.

Se o trabalho for feito em equipe, *cada aluno deve entregar o seu porque a entrega do trabalho é o registro de sua freqüência*, quem **não entregar** o trabalho na data certa terá *falta* na semana.

3 Orientação

objetivo: Resolver equações cujos dados foram obtidos por medições discretas.

Há dois tipos de equações diferenciais que podem facilmente representar fênomenos descritos por uma base de dados discretos. No exercício 1 você tem um caso cuja solução é um *campo vetorial discreto* um conjunto de vetores translatados para um ponto de uma região do plano que em conjunto descrevem o fluxo do fenômeno numa região. É a forma *discreta* da equação diferencial $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ em que uma base de dados formada de linhas no formato

```
x  y  f(x,y)
```

uma matriz de n linhas e três colunas permite criar um campo vetorial *discreto* representando uma solução aproximada da equação diferencial. O adjetivo "*discreto*" significa isto, o número de vetores do campo vetorial é finito (ou no máximo enumerável[1]).

As Equações diferenciais exatas

$$P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0 \tag{1}$$

[1] Como *enumerável* não é uma característica de número temos aqui dois defeitos, o outro é que a idéia é solução computacional que nunca pode ser *enumerável*

são outro tipo de equação que facilmente representar dados vindos da realidade. A solução de uma dessas equações é uma curva de nível de uma função $z = F(x,y)$ e a a condição inicial (a,b) é um ponto que determina a curva de nível $F(x,y) = c$

Sabemos que a equação (1) é exata se

$$P(x,y) = \frac{\partial F}{\partial x} \tag{2}$$

$$P(x,y) = \frac{\partial F}{\partial y} \tag{3}$$

$$\tag{4}$$

Uma solução aproximada é um poligonal, uma sucessão de segmentos de reta r_k tal que o primeiro lado, r_0 desta poligonal passa no ponto $(a,b) = (a_0, b_0)$ e cada um dos outros lados é obtido a partir de um ponto $((a_k, b_k)$ selecionado no lado r_k considerado como nova *condição incial*.

A precisão da solução é função da medida dos segmentos r_k, inversamente proporcional à medida dos segmentos.

palavras chave: equações diferenciais estocásticas, equações diferenciais discretas.

4 Exercícios

Exercícios 1 *Equações diferenciais discretas*

1. *Campo vetorial*

   O arquivo `exer10_01.txt` *contém os endereços (x,y) de pontos de uma região com o valor medido do coeficiente angular de um vetor tendo o ponto (x,y) como ponto-inicial representando a equação diferencial $\frac{dy}{dx} = f(x,y)$ discretamente. Obtenha o gráfico do campo vetorial que resolve, aproximadamente esta equação diferencial.*

2. *Equação diferencial exata* *Uma solução particular de uma equação diferencial*

   $$P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 0$$

   com a condição inicial (a,b) é uma curva de nível de uma função $z = F(x,y)$ tal que $F(a,b) = c$ se

   $$P(x,y) = \frac{\partial F}{\partial x} \tag{5}$$

   $$P(x,y) = \frac{\partial F}{\partial y} \tag{6}$$

   $$\tag{7}$$

   Encontre uma poligonal de quatro lados que resolva aproximadamente a equação diferencial exata

   $$(6xy^2 - 12xy)dx + (6x^2y - 4x^3)dy = 0 \ ; (a,b) = (-3,-2) \tag{8}$$