

1 Como entregar o trabalho

Por favor, se você usar o método medieval para entrega desta lista, em papel, prenda esta *folha de rosto* na sua solução desta lista, deixando-a em branco. Ela será usada na correção caso você entregue pelo método medieval.

Se você quiser entregar o trabalho eletronicamente, acesse a página da disciplina em

<http://www.edo-metodos.sobralmatematica.org>
e procure o link “entrega de trabalhos”. Por favor, siga as instruções sobre nomes de arquivos:

`edo_mat_seunome_XX.pdf`

XX é 07 para esta lista, e pdf é o tipo de formatação que você der ao seu trabalho.

Data da entrega da lista: dia 18 de Março, terça-feira. Se o trabalho for feito em equipe, *cada aluno deve entregar o seu porque a entrega do trabalho é o registro de sua frequência*, quem **não entregar** o trabalho na data certa terá *falta* na semana.

2 Orientação

objetivo: Álgebra Linear e operadores lineares.

Uma equação diferencial linear pode ser escrita usando-se um polinômio cuja variável é o operador derivada, D , tecnicamente:

$$L = P(D) \quad (1)$$

$$L(y) = P(D)(y) = f(x) \quad (2)$$

em que a segunda expressão representa uma equação diferencial linear de uma certa ordem não homogênea (é homogênea quando $f(x) = 0$).

Se a ordem for maior do que dois, nem sempre conseguiremos resolver a equação quando os coeficientes forem variáveis, mas conseguimos resolver exemplos da equação ao darmos valores à variável nos coeficientes.

Na prática isto significa que escolhemos uma equação a coeficientes constantes a partir da *equação primitiva a coeficientes variáveis*. Simulando com programas podemos depois analisar os diferentes valores (equações) e assim deduzir um comportamento geral da *equação primitiva a coeficientes variáveis*.

Isto nos conduz à determinação de algumas *curvas características* que trazem este comportamento e que nos permitem tirar conclusões a respeito das soluções da equação. Neste momento o método ainda está em desenvolvimento e se vingar teremos assim um forma de resolver estas equações a partir do comportamento de soluções particulares (de equações particulares associadas à *equação primitiva a coeficientes variáveis*).

Sem dúvida alguma maturidade com Álgebra Linear é necessária para seguir em frente com estas idéias, entretanto ela pode ser ganha ao seguir em frente com o trabalho, e alguns exercícios estão programados para este efeito.

Uma observação teórica é essencial: nós não sabemos¹ exatamente qual é o domínio dos operadores diferenciais, isto nos leva a pensar “num certo tipo de espaço vetorial” das funções que resolvem a equação diferencial que estamos estudando. Em alguns casos é possível precisar melhor este espaço, mas este não será o nosso principal objetivo: ele bloquearia o nosso trabalho.

palavras chave: Operador diferencial linear, matriz de um operador diferencial, curvas características de um operador linear, pontos críticos.

3 Exercícios

Álgebra Linear e operadores lineares

Exercícios 1 *Álgebra Linear das equações lineares*

1. Operador, domínio

(a) Verifique que $L(y) = D(y)$ é um operador (diferencial) linear, em que D representa a derivada, definido no espaço de todas as funções diferenciáveis definidas no intervalo $[a, b]$.

(b) Verifique que $L(y) = D^n(y)$ é um operador (diferencial) linear, em que D representa a derivada de ordem n , definido no espaço de todas as funções diferenciáveis definidas no intervalo $[a, b]$. Observe, e justifique, o domínio fica mais restrito a medida que n cresce. Como ficaria o caso $n = 0$.

(c) Verifique que se a_0, \dots, a_n forem n números reais, então

$$L(y) = a_0 D^0(y) + \dots + a_n D^n(y)$$

é um operador linear. Como ficaria o domínio deste operador comparado com o domínio dos operadores definidos nas outras questões?

2. Considere $P(x) = x^2 + 3x$ e verifique que tem sentido calcular $P(A)$ se A for uma matriz quadrada. Se A não for quadrada ainda teria sentido?

¹Há muitas coisas mesmo que nós não sabemos, felizmente!

3. Va ao lab de computação e calcule, usando `scilab` ou `octave`, os valores de P nas matrizes

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

Calcule também $P(1), P(-1), P(0), P(2), P(3), P(-1), P(4)$ e procure encontrar as coincidências.

sugestão defina, no `gnuplot` ou no `scilab`

```
function y = P(x)
y = x*x + 3*x
endfunction
```

e veja que você pode usar tanto com matrizes como números.

4. Repita a questão anterior com $P(x) = x^2 + 3 * x + 1$ vai dar um erro, descubra qual e como corrigir. Discutimos isto em aula.
5. Repita a questão anterior com outros polinômios, de grau maior, descubra qual seria a regra para calcular $P(A)$.