Equações Diferenciais Ordinárias **Lista 07**
assunto desta lista tarcisio@member.ams.org
T. Praciano-Pereira **Dep. de Matemática**

alun@:

Univ. Estadual Vale do Acaraú 15 de março de 2008

Documento escrito com LaTeX - sis. op. Debian/Gnu/Linux

1 Como entregar o trabalho

Por favor, se você usar o método medieval para entrega desta lista, em papel, prenda esta *folha de rosto* na sua solução desta lista, deixando-a em branco. Ela será usada na correção caso você entregue pelo método medieval.

Se você quiser entregar o trabalho eletrônicamente, acesse a página da disciplina em

http://www.edo-metodos.sobralmatematica.org

e procure o link "entrega de trabalhos". Por favor, siga as instruções sobre nomes de arquivos:

`edo_mat_seunome_XX.pdf`

`XX` é `07` para esta lista, e `pdf` é o tipo de formatação que você der ao seu trabalho.

Data da entrega da lista: dia 18 de Março, terça-feira. Se o trabalho for feito em equipe, *cada aluno deve entregar o seu porque a entrega do trabalho é o registro de sua freqüência*, quem **não entregar** o trabalho na data certa terá *falta* na semana.

2 Orientação

objetivo: Álgebra Linear e operadores lineares.

Uma equação diferencial linear pode ser escrita usando-se um polinômio cuja variável é o operador derivada, D, tecnicamente:

$$L = P(D) \tag{1}$$

$$L(y) = P(D)(y) = f(x) \tag{2}$$

em que a segunda expressão representa uma equação diferencial linear de uma certa ordem não homogênea (é homogênea quando $f(x) = 0$).

Se a ordem for maior do que dois, nem sempre conseguirmos resolver a equação quando os coeficientes forem variáveis, mas conseguimos resolver exemplos da equação ao darmos valores à variável nos coeficientes.

Na prática isto significa que escolhemos uma equação a coeficientes constantes a partir da *equação primitiva a coeficientes variáveis*. Simulando com programas podemos depois analisar os diferentes valores (equações) e assim deduzir um comportamento geral da *equação primitiva a coeficientes variáveis*.

Isto nos conduz à determinação de algumas *curvas características* que traduzem este comportamento e que nos permitem tirar conclusões a respeito das soluções da equação. Neste momento o método ainda está em desenvolvimento e se vingar teremos assim um forma de resolver estas equações a partir do comportamento de soluções particulares (de equações particulares associadas à *equação primitiva a coeficientes variáveis*).

Sem dúvida alguma maturidade com Álgebra Linear é necessária para seguir em frente com estas idéias, entretanto ela pode ser ganha ao seguir em frente com o trabalho, e alguns exercícios estão programados para este efeito.

Uma observação teórica é essencial: nós não sabemos[1] exatamente qual é o domínio dos operadores diferenciais, isto nos leva a pensar "num certo tipo de espaço vetorial" das funções que resolvem a equação diferencial que estamos estudando. Em alguns casos é possível precisar melhor este espaço, mas este não será o nosso principal objetivo: ele bloqueiaria o nosso trabalho.

palavras chave: Operador diferencial linear, matriz de um operador diferencial, curvas características de um operador linear, pontos críticos.

3 Exercícios

Álgebra Linear e operadores lineares

Exercícios 1 *Álgebra Linear das equações lineares*

1. *Operador, domínio*

   (a) *Verifique que* $L(y) = D(y)$ *é um operador (diferencial) linear, em que* D *representa a derivada, definido no espaço de todas as funções diferenciáveis definidas no intervalo* $[a, b]$.

   (b) *Verifique que* $L(y) = D^n(y)$ *é um operador (diferencial) linear, em que* D *representa a derivada de ordem* n*, definido no espaço de todas as funções diferenciáveis definidas no intervalo* $[a, b]$. *Observe, e justifique, o domínio fica mais restrito a medida que* n *cresce. Como ficaria o caso* $n = 0$.

   (c) *Verifique que se* $a_0, \dots, a_n$ *forem* n *números reais, então*

   $$L(y) = a_0 D^0(y) + \cdots + a_n D^n(y)$$

   é um operador linear. Como ficaria o domínio deste operador comparado com o dominio dos operadores definidos nas outras questões ?

2. *Considere* $P(x) = x^2 + 3x$ *e verifique que tem sentido calcular* $P(A)$ *se* A *for uma matriz quadrada. Se* A *não for quadrada ainda teria sentido ?*

[1] Há muitas coisas mesmo que nós não sabemos, felizmente!

3. *Va ao lab de computação e calcule, usando* `scilab` *ou* `octave`*, os valores de* P *nas matrizes*

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, . \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}, \tag{3}$$

   Calcule também $P(1), P(-1), P(0), P(2), P(3), P(-1), P(4)$ *e procure encontrar as coincidências.*

   sugestão defina, no gnuplot ou no scilab

```
function y = P(x)
 y = x*x + 3*x
 endfunction
```

   e veja que você pode usar tanto com matrizes como números.

4. *Repita a questão anterior com* $P(x) = x^2 + 3 * x + 1$ *vai dar um erro, descobra qual e como corrgir. Discutimos isto em aula.*

5. *Repita a questão anterior com outros polinômios, de grau maior, descubra qual seria a regra para calcular* $P(A)$.